

الفرقة الكبرى



وصفوة التواصل

﴿الله الذي رفع السموات بغير عمد ترونها ثم استوى على العرش وسخر الشمس والقمر كل يجري لأجل مسمى يدبر الأمر، يفصل الآيات لعلكم بلقاء ربكم توقنون.﴾

سورة الرعد، الآية (2)

﴿أنتم أشد خلقا أم السماء بناها رفع سمكها فسواها وأغطش ليلها وأخرج ضحاها، والأرض بعد ذلك دحائها أخرج منها ماءها ومرعاها، والجبال أرساها متاعا لكم ولأنعامكم﴾

سورة النازعات الآيات (27- 33)

﴿فإذا انشقت السماء فكانت وردة كالدهان فبأي آلاء ربكما تكذبان﴾

سورة الرحمن، الآيتان (37-38)

﴿يوم تكون السماء كالمهل وتكون الجبال كالعهن﴾

سورة المعارج، الآيتان (7-8)

على قدر ما أستطيع أن أحكم على هذه النظرية. فإنها تظل خارجة عن مجال الميتافيزيقا أو الدين!! وتترك للماديين الحرية في إنكار كل كائن متعالي!!

جورج لومتر سنة 1958 في مؤتمر سولفي.

(6) الإزاحة الحمراء في النماذج الرياضية للكون

تبين من خلال ما سبق أن الإزاحة نحو الأحمر في طيف الضوء المستقبل في المراصد للمجرات البعيدة عنا تظهر فقط في النماذج غير الساكنة (Non-Stationary Models)



وسوف يطور الرياضي هوارد بيرسي روبرتسون (Howard Percy Robertson) (1903 – 1961) (الصورة) بين سنتي 1928 – 1929 "مسألة الاتساق" (postulate of uniformity) بالكامل ليحصل على العائلة الكاملة لـ "عناصر الخط" (line-elements) من نظرية المجموعات المستمرة في فضاء ريماني¹ (Riemannian space) ليحصل على المتري العام:

(93)

$$ds^2 = (c dt)^2 - R^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]$$



وسيعيد اكتشاف هذا المتري آرثر جوفري وُلكر (Arthur Geoffrey Walker) (1909 – 2001) (الصورة) في سنة 1936.

لذلك حمل المتري اسميهما معاً أي: "متري روبرتسون – وُلكر" (Robertson-Walker metric).

حيث " (r) و (φ) و (θ) تعبر عن الإحداثيات، و (c) عن سرعة الضوء و (ds) عن البون بين حدثين.

ويطلق على الدالة: R(t) المتغيرة في الزمن (t) "عامل سلم الكون" (scale factor of the universe)، وعلى الثابت k: "تحدب الفضاء-الزمن" (curvature of spacetime)

¹ نسية إلى الرياضي الألماني يورغ فريدريش بيرنهارد ريمان (Georg Friedrich Bernhard Riemann) (1826 -

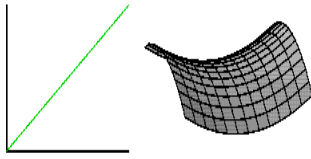


(1866)

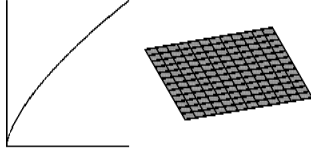
وتعرف هذه الإحداثيات أيضاً باسم: "الإحداثيات المتحركة الاقترانية" (Coordinates Comoving) بمعنى أنها إحداثيات تتحركُ سوياً مع التوسّع العام للكون.

وهذا ناتج من كون أية مجرة متواجدة عند الإحداثيات (r, θ, φ) ، ستظل محتفظة بهذه الإحداثيات طالما لم تؤثر فيها قوة عارضة.

ف"البون" أو المسافة الحقيقية بين حادثين في الفضاء الزمكاني الرباعي الأبعاد تتغيرُ مع الزمن بسبب التمدد العام للكون، وهو ما يعبر عنه حاصل ضرب العامل $R(t)$ في المسافة المعية r (أي: $R(t) \times r$ في حال كون مفلطح مثلاً)، وواضح أن التغير في المسافة الحقيقية يُوصَفُ بالكامل بالتغيير الحاصل في عامل التوسّع $R(t)$ مع الزمن فقط.



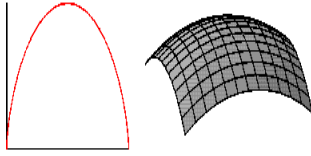
ومن خواص هذا المترى في المعادلة (93) أن الثابت (k) لا يمكن أن يأخذ سوى ثلاث قيم فقط وهي على التوالي:



(أ) $(1 = k)$ للتحذب السالب (وهندسة الفضاء الزمن عبارة عن

شكل سرج الفرس: السطح العلوي في الصورة المقابلة)، أو:

(ب) $(0 = k)$ للفضاء المفلطح (ويمثلها السطح البيئي في الصورة المقابلة)، أو:



(ت) $(1 = k)$ للتحذب الموجب (ويمثلها السطح السفلي في الصورة المقابلة)،.

أي أن المعادلة (93) تحدد ثلاث هندسات مختلفة ل "الفضاء-الزمن" الرباعي بحسب اختيار أية قيمة من بين هذه القيم الثلاثة.

ويمكن إعادة كتابة (93) بصيغة أخرى أكثر قابلية للتحليل، من خلال اختيارنا للعلاقات الشرطية الاتية.

$$\left\{ \begin{array}{l} r = \sin(\psi) \text{ في حالة } 1 = k \\ r = \psi \text{ في حالة } 0 = k \\ r = \sinh(\psi) \text{ في حالة } 1 = -k \end{array} \right. \quad (94)$$

وبالتعويض بهذه القيم في المترى (93) نحصل على الصيغة التالية:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R(t)^2 \cdot \{ d\psi^2 + \beta^2(\psi)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \} \quad (95)$$

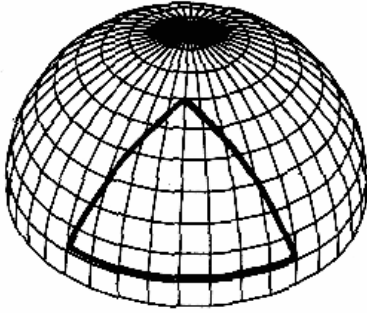
حيث إذا كانت k تساوي إحدى القيم أسفل فإن $\beta(\psi)$ تساوي ما يقابلها من دوال.

$$\beta(\psi) = \begin{pmatrix} \sin(\psi) \\ \psi \\ sh(\psi) \end{pmatrix} \begin{matrix} \longleftrightarrow \\ \longleftrightarrow \\ \longleftrightarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} 1+ \\ 0 \\ 1- \end{pmatrix} = k$$

(96)

التحدب الموجب:

مجموع الزوايا الثلاثة لمثلث مرسوم في هذا الفضاء هو أكبر من 180° ، (بالرغم من كون هذا لا يشاهد سوى في مثلثات كبيرة نسبياً بحيث تكون أضلاع المثلث متقايسة مع نصف قطر التحدب (R). ونشخص هذه الحالة بإعطاء قيمة ثابتة للتحذب ($k = +1$).



فضاء ثلاثي الأبعاد بتحدب موجب له بنية مماثلة للسطح الثنائي الأبعاد بالنسبة للكرة. فإذا ما سافرنا بعيداً بما فيه كفاية في أي اتجاه فسنعود لا محالة إلى النقطة التي انطلقنا منها. فالفضاء محدود ويقال بأن الكون قد أغلق.

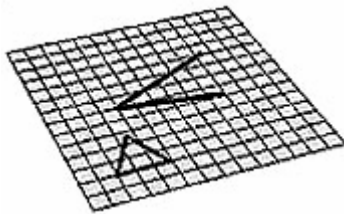
ونلاحظ من المعادلة (96) أنه إذا كانت

$$\beta(\psi) = \sin(\psi) \quad \text{عندما تكون} \quad 1+ = k \quad \text{فإننا نحصل على متري أينشتاين (90) في لحظة معينة.}$$

فالهندسة هنا إهليلجية، والفضاء منتهى ومغلق. ونقول عموماً بأننا أمام نموذج كوني إهليلجي الشكل. (الصورة المقابلة).

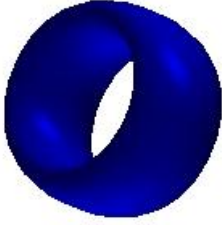
الفضاء المستوي

وهو يعبر عن الهندسة التقليدية المسطحة لإقليدس حيث لا تحذب لها ($k = 0$). ومجموع زوايا مثلث مرسوم على سطحها يساوي 180° درجة بالتمام. ويمكن اعتبار هذه الحالة كحد قصوي للحالتين الأخريتين عندما تقترب أنصاف أقطارها التحديدية من اللا - نهاية، لأنه سطح وسيط بين شكليهما. ويطلق أحياناً على هذه الهندسة هندسة الكون الحرج. وبالنسبة للهندسة الإقليدية الحقيقية، فالطوبولوجيا التي ترتبط بها طوبولوجيا مفتوحة أيضاً، وهو ما يعني بأن الفضاء لا - نهائي في كل الاتجاهات. ومن المحتمل الحصول على طوبولوجيات جامعة (compact topologies) ومثال على ذلك:



² أنظر الحلقة السابقة

الإسفنجة الثلاثية الأبعاد (3 torus) في فضاء مستوي، إن كانت لها حجماً محدوداً فهي مغلقة بالضرورة {الصورة}

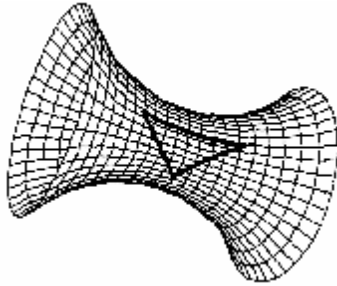


فإذا كانت $k = 0$ ، أي $\beta(\psi) = \psi$ فالفضاء إقليدي (مفلطح) لا متناه من النوع الأسطواني المكافئ المقطع نظراً للتحذب المستمر الثابت الذي يدخله عامل سلم الكون $R(t)$ المتغير مع الزمن.

التحذب السالب

مجموع زوايا مثلث مرسوم على هذه السطوح هو دائماً أقل من 180 درجة ($< 180^\circ$). وكما سبقنا الإشارة، فهذه القيم لا تعين ولا تقاس سوى في مثلثات كبيرة جداً. والتحذب هنا يأخذ القيمة ($k = -1$). (الصورة المقابلة).

ومن الصعب إعطاء فكرة عنه هذه السطوح كما فعلنا في التحذب الموجب، ، لأنه يتعذر تصور سطح ثنائي الأبعاد بتحذب سالب. لذلك أمكن الحديث هنا عن "شبه" كرة في فضاء إقليدي ثلاثي الأبعاد، كما فعلنا بالنسبة للكرة من قبل بتحذب موجب. فالسطوح الثنائية الأبعاد يمكن أن تأخذ مناطق محلية من التحذب السلبي، ونمثل لذلك: بمخروط البوق وسرج الفرس. والحالة الطوبولوجية الأيسر تصوراً هي عندما يكون الكون لا نهائياً في كل الاتجاهات، وظاهر أنه مفتوح.



وفي الواقع، فهو "أكبر" من منظور لا-نهائيته من الحالة الإقليدية، بمعنى: أنه على أي بعد منا، يوجد فضاء أكبر مما نتوقعه من الهندسة الإقليدية. أما بالنسبة إلى الفضاء المستوي، فهناك طوبولوجيات جامعة بتحذب سلبي، ومغلقة.

لاحظ أن المتري لا يتأثر بالطوبولوجيا. فالأخيرة تحدد فقط القيم الممكنة للإحداثيات.

فإذا كانت $k = -1$ ، أي $\beta(\psi) = sh(\psi)$ فإن الفضاء هو من نوع القطع الزائد اللا-متناه والمفتوح.

وقد يكتب

متري "ولكر - روبرتسون" بتركيز أكثر على الشكل التالي:

$$(95)' \quad ds^2 = (cdt)^2 - R^2(t) [d\chi^2 + S_k^2(\chi)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)]$$

أو الصيغة المماثلة:

$$(95)'' \quad ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \bullet \{d\psi^2 + \beta_k^2(\psi)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)\}$$

بإبدال χ بنظيرتها ψ حيث نعرف $\beta(\psi)$ في المعادلة الأخيرة بالعلاقة التالية:

$$\beta(\psi) = \frac{\sin \sqrt{k} \psi}{\sqrt{k}} \text{ لقيم } k = 0, \pm 1.$$

ويمكن في هذه الحال كتابة مركبات المترى (95) في شكله النظري الأصلي:

$$(95)''' \quad ds^2 = g_{ab} dx^a dx^b$$

حيث g_{ab} هي المصفوفة التالية:

$$g_{ab} = \begin{pmatrix} c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R^2(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta^2 R^2(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin^2(\theta) \beta^2 R^2(t) \end{pmatrix}$$

$$(95)'''' \quad dx^a dx^b = \{dt^2, d^2\psi, d^2\theta, d^2\phi\} \text{ و}$$

6.1 مسار أشعة الضوء في الفضاء

6.1.1 فرضية الحركة الملازمة للمجرات مع نظام الإسناد

من السهل جدا كتابة معادلات الجيوديزيات المحددة لمسارات الجزيئات الحرة بواسطة المعادلة

(95)''

فيكون في مترى "ولكر-روبرتسون" أن نضع:

$$\psi = \text{ثابت}$$

$$\theta = \text{ثابت} \quad (97)$$

$$\varphi = \text{ثابت}$$

لنحصل على معادلات الجيوديزيات (المسارات الأدنى) لمثل هذه الجزيئات.

وإذا ما اعتبرنا المجرات الكونية هباءات غازية فإنها ستظل مرتبطة بنظام الإسناد وتتحرك معه (Co-mouving) بالنسبة لأي نظام إسناد آخر. ولهذا يطلق على العلاقات (97) علاقات حركة التلازم أو الحركة الاقترانية.

وهي ناتجة عن تبيننا لفرضيتي "**توحيد الخواص**" و "**التجانس**" اللتين أخذنا بهما تحت مسمى: "**المبدأ الكوني**" (Cosmological Principle).

ويفترض المبدأ الأخير ضمناً أن قوانين الفيزياء التي تعمل في الكون واحدة في كل نقط الفراغ. وهو ما لا يمكن أن يجد تحققه الواقعي سوى بافتراض أن الحركة الذاتية للمجرات (الهباءات) مهمة.

فإذا ما اعتبرنا مجرتنا في مركز نظام الإسناد عند ($r=0$) ومتلازمة الحركة معه فإن المبدأ السابق ينطبق على باقي المجرات أيضاً.

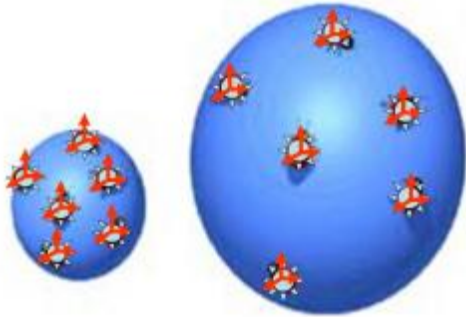
6.1.2 الزمن الكوني

لنفرض أن حدثاً ما مدته dt قيس من طرف مشاهد ما في الزمن t ، على المجرة G_0 فإن "**البون**" أي "**الفاصل الزمكاني بين حادثين**"، الخاص بها هو:

$$ds^2 = c^2 dt^2 \quad (98)$$

ولاحظ أن تفاضلات علاقات التلازم (97) تؤول إلى الصفر بسبب ثباتها أي:

$$d\varphi = d\theta = d\psi = 0 \quad (99)$$



فإن انتقلنا إلى مجرة أخرى G_1 متحركة بتلازم مع نظام الإسناد فيها فإن الفترة الزمنية الخاصة بها هي أيضاً dt والبون فيها تحدده العلاقة:

$$(100) \quad ds_1^2 = c^2 dt^2$$

$$(101) \quad ds_1^2 = ds^2 \quad \text{وواضح جلي أن:}$$

أي: أن كل المجرات لها نفس الزمن الخاص الذي هو زمن المشاهد.

ويطلق على هذا الزمن الموحد لكل المجرات اسم: "**الزمن الكوني**" ويمثله المتغير t في متري "روبرتسن – والكر".

وهي نتيجة مباشرة لفرضية تلازم حركة المجرات مع نظام الإسناد.

6.1.3 الإزاحة الطيفية الكونية

لنفترض أننا متواجدون على مجرتنا G_0 وأننا نستقبل "فوتونات" (ضوئيات) قادمة إلينا من مجرة أخرى G . فمعادلات مسارات الضوئيات تحكمها المعادلة (98) والعلاقتان:

$$\theta = \text{ثابت، و } \varphi = \text{ثابت.}$$

وهو ما يجعل الحركة الحرة للضوئيات (الفوتونات) تتخذ لها مسارات شعاعية أي باتجاه الرائي.

وهذا أحد شروط قبول النظرية، لأننا نشاهد المجرات أولاً وأخيراً. فلو لم تكن الحركة الحرة شعاعية، كأن تكون مدارية مثلاً لما استطعنا ونحن في مركزنا ($r=0$) من مشاهدة أية مجرة على الإطلاق.

لنفترض إذا أننا نستقبل ضوئياً انطلق من المجرة G شعاعياً باتجاهنا، أي أنه محكوم بالعلاقتين:

$$\theta = \text{ثابت، و } \varphi = \text{ثابت،}$$

فالضوئي محكوم من خلال المتري (95) بالعلاقات الثلاث:

$$(102) \quad \begin{aligned} ds &= 0 \\ d\theta &= 0 \\ d\varphi &= 0 \end{aligned}$$

وبالتعويض في (95) نجد:

$$c^2 dt^2 = R(t)^2 \cdot d\psi^2$$

$$(103) \quad d\psi = \pm c \frac{dt}{R(t)} \quad \text{أو}$$

لاحظ أولاً أن حركة الضوئي مستقلة عن النموذج الكوني المستعمل لأن المعادلة (103) تفقد الحد $\beta(\psi)$ المميز للأكوان المختلفة.

وبأخذ تكامل المعادلة (103) في شقها الموجب نحصل على التالي.

$$(104) \quad \int_0^{G_0} d\psi = \int_{t_e}^{t_G} \frac{cdt}{R(t)} = \psi_G$$

حيث t_e زمن أو لحظة الإصدار للضوئي من المجرة G_e و t_0 لحظة استقباله على مجرتنا G_0 بحسب مقياس الزمن الكوني.

وبما أن المجرة G متلازمة الحركة مع نظام الإسناد فإن $\psi_G = \text{ثابت}$.

وهذا يعني أننا بإعادة كتابة العلاقة (104) ما بين اللحظتين $t_e + dt_e$ و $t_0 + dt_0$ نحصل بالفرق على العلاقة:

$$(105) \quad \frac{dt_0}{R(t_0)} = \frac{dt_e}{R(t_e)} \quad \text{أو} \quad \frac{cdt_0}{R(t_0)} = \frac{cdt_e}{R(t_e)}$$

وتربط هذه العلاقة بين المدة dt_e لأية ظاهرة حصلت على المجرة G_e في اللحظة الكونية للإرسال t_e للضوئيات والمدة dt_0 لاستقبالها على مجرتنا G_0 في اللحظة t_0 .

ولاشك أن ما ينطبق على اللحظات الزمنية ينطبق أيضاً على الدور أو الذبذبة. فإذا كنت dt_e مدة الدور لإشعاع مرسل من G_e فإن dt_0 تمثل مدة دوره لدى استقباله على المجرة G_0 .

فإذا كانت λ طول موجة الإشعاع الأصلي المرسل فإن $\lambda + \Delta\lambda$ هي طول موجته عند الاستقبال. ونحصل من خلال العلاقة (105) بالتعويض على التالي:

$$(106) \quad \frac{R(t_0)}{R(t_e)} = \frac{dt_0}{dt_e} = \frac{\Delta\lambda + \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1 = Z + 1$$

وقد اصطلح الفلكيون على تسمية العامل: $Z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ "الإزاحة الطيفية".

لاحظ أن كل ما توصلنا إليه لحد الساعة انبنى كله على الفرضيات الثلاث:

(أ) توحيد الخواص (Isotropy): أي أن كل الاتجاهات متكافئة. وهذا يعني أن نظام الإسناد المناسب هو نظام يتحرك في كل نقط الفضاء مع المادة المتواجدة فيه، أي أن المادة المألوفة للفضاء ملازمة لنظام الإسناد (الشكل المصاحب).

وفي نظام إسناد كهذا، فإن سرعة المادة من خلال هذا التعريف تساوي صفراً. ولذلك سمينا مثل هذا النظام الإسنادي بالنظام الملازم. أي المتحرك مع المادة. وهذا حاصل نتيجة الأخذ بفرضية توحيد الخواص. لأن اختيار أي نظام إسنادي آخر، يؤدي بالمادة إلى التحرك في اتجاهات مختلفة مبطلاً لفرضية تكافؤ الاتجاهات. وهذا بدوره أدى بنا إلى افتراض زمن موحد بحيث أن المتري نفسه يظل هو عينه في كل الفضاء وفي كل لحظة.

ويمكن إثبات أن خواص التحجب في فضاء متوحد الخواص تتحدد بثابت واحد: أي أن التحجب يحدد بقيمة عددية واحدة لا أكثر.

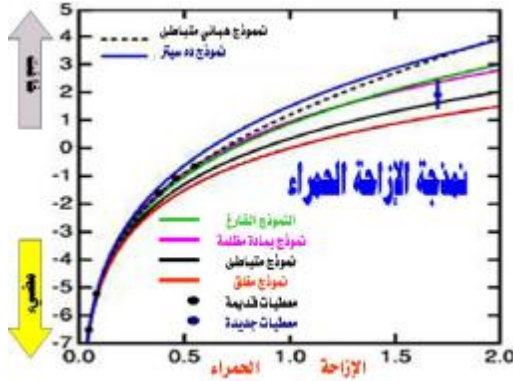
(ب) التجانس (Homogenous properties): القول بأن فضاءً ما متجانس يعني أن المتري له خواص موحدة في كل نقط الفضاء أو أن العالم يظهر للمشاهد هو عينه في أي مكان وجد .

(ج) التوافق: يفترض أن نظام الإسناد متوافق، وهذا يعني أن هناك زمن واحد متوافق في كل الفضاء، وهو الزمن الكوني.

وتستوجب هذه الفروض الملاحظات التالية:

1) أن الإزاحة الطيفية في المعادلة (106) منشؤها الأول والأخير هو تغير هندسة الفضاء ما بين لحظتي إرسال الضوئي واستقباله والذي يترجم بتغير الدالة الزمنية $R(t)$ من قيمتها $R(t_e)$ إلى $R(t_0)$ مع ثبوت سرعة تنقل الفوتون بسرعة ثابتة وهي سرعة الضوء c .

فالإزاحة الطيفية هنا لها تعلق بالضوئي (الفوتون) لأنه يأخذ له وقتاً للقدوم من مجرته إلى مجرتنا ولا علاقة له بإزاحة دوبلر³ (Doppler shift) التي تفترض وجود سرعة للمصدر بالنسبة للمشاهد، حال ما نلاحظ من تغير في درجة صفيح قطار قادم إلينا أو مبتعد عنا.



فبأخذنا بالفرضيات السابقة من: (1) توحد خواص، و(2) تجانس، و(3) توافق، ووجود (4) زمن كوني، و(5) تلازم في نظم الإسناد، فكل المجرات بما فيها مجرتنا تعتبر ساكنة ولا تتحرك بالنسبة إلى نظام الإسناد. وهذا ما أطلقنا عليه "الإزاحة الطيفية الكونية". والصورة تبين الإزاحة الحمراء المشاهدة والممنجة.

(2) أن العلاقة (106) لا تعطي إزاحة طيفية نحو الأحمر إلا إذا كانت الدالة $R(t)$ متنامية وتزايد مع الزمن، أي أن "الإزاحة الطيفية الكونية" منشؤها تمدد المتري في "الفضاء- الزمن الرباعي".

وقد تقدم في حلقات سابقة أن كل حدث يمثل بنقطة تسمى "نقطة العالم" كما وأن كل جزيئة حرة يقابلها خط مسار لها يسمى "خط العالم" حيث أن نقط العالم التي يتكون منها الأخير تحدد الأحداث في لحظات مختلفة. ويُقال عن تمدد المتري بأنه تمدد للعالم.

وظاهر أن الكونيين عندما يتحدثون عن تمدد العالم فهذا هو العالم الذي يعنونه، أي "العالم النظري المحدد بالمتري" وإذا ما تحدثوا عن توسعة الكون والإزاحة الطيفية الكونية، فهم لا يخرجون عن عالمهم النظري هذا.

فلفظنا "عالم" و"كون" من المشتركات اللغوية مع نظيرهما في عالم الخطاب، ولا علاقة لهما بالعالم الحقيقي أو الكون الحقيقي سوى من جهة المجاز. وهو ما يجب أن يتنبه له القارئ، حيث أن كثيراً من الخلط المفهومي إنما منشؤها من اختلاط المسميات وتداخلها.

6.1.4 (في الاشتقاق النظري لثابت هوبل

ننطلق هنا من مسلمة كون المسافات الفاصلة بين المجرات كنقط عالم في الفضاء الرباعي تعتبر صغيرة بالنسبة لسعة الكون ككل. وتخولنا هذه المسلمة استعمال النشر المسلسل لطيلور⁴ (Taylor's expansion) على الدالة $R(t_e)$ بالنسبة لفارق الزمن $t_0 - t_e$ الصغير⁵.

³ نسبة إلى الفيزيائي والرياضي النمساوييوهان كريستيان دوبلر (Johann Christian Doppler) (1803 - 1853)



وبالتوقف عند الحدين الأولين لنشر طيلور فقط نحصل على العلاقة:

$$(107) \quad R(t_0) = R(t_e) + (t_0 - t_e) \dot{R}(t_e)$$

حيث النقطة فوق الحرف $\dot{R}$ تعبر عن الاشتقاق بالنسبة للزمن.

وبقسمة طرفي (107) على $R(t_e)$ نحصل على:

$$(106) \quad \frac{R(t_0)}{R(t_e)} = 1 + (t_0 - t_e) \frac{\dot{R}(t_e)}{R(t_e)} = 1 + Z$$

وبضرب الطرفين في سرعة الضوء (c) نحصل على:

$$(108) \quad cZ = c(t_0 - t_e) \frac{\dot{R}(t_e)}{R(t_e)}$$

نلاحظ أن الكمية $d = c(t_0 - t_e)$ هي المسافة الفاصلة بين مجرتنا والمجرة المرسل.

وأمكن بالتالي كتابة 108 على الشكل التالي:

$$(109) \quad cZ = d \frac{\dot{R}(t_e)}{R(t_e)} = d \cdot H$$

ويطلق على هذه العلاقة اسم علاقة هوبل⁶.

والكمية:



⁴ نسبة إلى الرياضي البريطاني بروك طيلور (Brook Taylor) (1685 - 1731)

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0) f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \dots + \frac{(x - x_0)^n}{n!} f^{(n)}(x_0) + R_n = \sum_{k=0}^n \frac{(x - x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0) + R_n.$$



⁶ نسبة إلى الفلكي الأميكي إدوين باول هوبل (Edwin Powell Hubble) (1889 - 1953)

$$(110) \quad \frac{\dot{R}(t_e)}{R(t_e)} = H$$

دالة في الزمن الكوني t وتتوقف على النموذج الكوني المعتمد من خلالها.

ولن تكون H ثابتة سوى في حالة واحدة، وهي حالة كون الدالة $R(t)$ دالة أسية متعالية في الزمن (t) بحسب الصيغة الرياضياتية التالية:

$$R(t) = e^{Ht} \text{ ، حيث } H \text{ ثابت.}$$

ومن هنا نشق المعادلة التالية:

$$\dot{R}(t_e) = \frac{dR}{dt} = H \bullet e^{Ht} = H \bullet R$$

وتقابل هذه الحالة نماذج الكون المستقرة فقط.

وواضح جلي من الطريقة التي توصلنا بها إلى استنباط علاقة هوبل، أن العلاقة الخطية بين الإزاحة الطيفية Z وبعد المجرات (d) عنا ليست صحيحة ولا مشروعة سوى في حال تواجد المجرات بالقرب منا، بغض النظر عن النموذج الكوني المستعمل.

أما بالنسبة للمسافات الأكبر، فيمكن أن نستعمل الابتعاد عن العلاقة الخطية من خلال نشر ظليور للتعرف على $R(t_0)$ ، إلا أن مهمة تحديد المسافات بالنسبة للمجرات البعيدة عنا يعترها من الخطأ في القياسات والتقديرات ما لا يساعد على الانتقال من المشاهدة الرصدية لقانون هوبل إلى إمكانية تحديد ومعرفة $R(t_0)$ مباشرة من خلالها. وهي مشكلة ظلت مستعصية على الحل وإلى اليوم.

فنخلص من كل هذا إلى أن "الإزاحة الطيفية للضوء نحو الأحمر" لا تترجم كظاهرة ناتجة عن حركة المجرات في فضاء مطلق، بل من كون "الفضاء-الزمن" ذاته يتمدد حاملا معه المجرات.

وواضح أن الفلكيين هم من اختاروا المتري المعبر عن هذه الإزاحة بالفروض التي افترضوها. وبالتالي: فالقناعة بتمدد الكون قناعة مسبقة ومعطاة في مخ الفلكيين، قبل أن يتفقق بها النموذج الرياضي الذي يترجمها، وقبل رسودات المجرات التي قام بها إدوين هوبل وتلامذته من بعده في مرصدي ولسن وبالومار، لأنه كان يعرف ما يريد، وحاول أن يطوع معطياته لما يريد، إلا أن المعطيات استعصت دوما وتمردت على هذا المعطى القبلي على ما سنبين!

6.2) يوم بارك البابا بيوس الثاني عشر الفرقة الكبرى وسماها بالمعجزة

رأينا بأن نماذج النشأة والصيرورة في الكونيات بدأت مع أينشتين في العشرينات على الصعيد النظري ثم تطورت على يد الروسي فريدمان والبلجيكي جورج لومتر في الثلاثينات لتلتحم مع معطيات الرصد من خلال برنامج إدوين هابل الرصدي للمجرات ثم ربط النماذج بالرصد من خلال الإزاحة الطيفية نحو الأحمر التي ترجمت في النموذج من خلال الفروض واختيار الثوابت إلى تمدد أو توسعة للكون.

وحتى مطلع الأربعينات تركز البحث في هذه النماذج على مظهرين فقط من مظاهر المحاكاة:

(1) **المظهر الفضائي:** وفيه ينظر في نوعية الهندسة التي عليها الكون:

أهو إقليدي ؟ أو إهليلجي ؟ أو هذلولي ؟ وهذا من خلال معرفة الثابت k الذي يأخذ إحدى القيم " 0 ، أو $1+$ ، أو $1-$ على التوالي.

(2) **المظهر الزمني:** وفيه يبحث في تطور الكون من خلال دالة شعاع التحدب $R(t)$ التي تتحدد بواسطة معادلات أينشتين.

وبما أن أكثر مركبات المتري g_{ik} تم تحديدها سلفاً بغية تبسيط الرياضيات، فقد نتج عن ذلك أن معادلات أينشتين اختزلت إلى معادلتين تفاضليتين فقط تعرفان بمعادلاتي الكونيات.

ونكتب المعادلتين في نظام ما يسمى بالوحدات النسبية⁷ كالتالي:

$$(111) \quad 8 \pi P = -\frac{k}{R^2} - \frac{\dot{R}^2}{R^2} - 2 \frac{\ddot{R}}{R} + \Lambda$$

$$(112) \quad \frac{8 \pi \rho}{3} = \frac{k}{R^2} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} - 2 \frac{\ddot{R}}{R} - \frac{\Lambda}{3}$$

حيث P ضغط الغاز، و ρ الكثافة، و Λ الثابت الكوني، و $k = \{1-, 0, 1+\}$ و $\dot{R}$ و

$\ddot{R}$ المشتقات الأولى والثانية للدالة R في الزمن الكوني t .

ونكتب معادلة الطاقة بالنسبة لغاز مجراتي مغمور في إشعاع حراري ضغطه p :

$$(113)^8 \quad \frac{d}{dt} \{ \rho_m + 3 P_r \} R^3(t) + \rho_r \frac{d}{dt} R^3(t) = 0$$

⁷ في هذا الاصطلاح نأخذ : $1=G=c$ ويطلق عليها أيضاً اسم الوحدات الهندسية.

حيث ρ_m كثافة المادة و P_r ضغط الإشعاع الحراري:

وقوانين الحفظ على المادة تستوجب تحقق الشرطين التاليين معا.

$$(114) \quad \text{ثابت} = P_r R^4(t) \quad \text{و} \quad \text{ثابت} = \rho_m R^3(t)$$

لكن نعلم من معادلات الحركة الحرارية (الثرموديناميكا) أن ضغط الإشعاع يعبر عنه بالعلاقة:

$$(115) \quad P_r = \frac{1}{3} \rho_r c^2$$

حيث ρ_r كثافة الإشعاع وتتناسب تناسباً طردياً مع الأس الرابع للحرارة بحسب قانون ستيفان⁹ – بولتزمان¹⁰ (Stefan-Boltzman Law):

$$(116) \quad \rho_r \propto T^4$$

ونجد من (116) و (115) وبالتعويض في الشق الأول من (114) أن القانون الحراري الذي يحكم النموذج الكوني هو:

$$T^4 R^4 \propto \rho_r R^4 \propto P_r R^4$$

أو

$$(117) \quad \text{ثابت} = T \bullet R(t)$$

وتدرس المعادلة (112) بإعادة كتابتها كالتالي

⁸ أنظر: طولمان ص. 408.



⁹ نسبة إلى النمساوي جوزيف ستيفان (Josef Stefan) (1835 - 1893)



¹⁰ نسبة إلى الألماني: لودفيك بولتزمان (Ludwig Boltzmann (1844-1906))

$$(118) \quad \dot{R}^2 = \frac{8\pi\rho R^2}{3} + \frac{\Lambda R^2}{3} - k$$

ويظهر جليا أن تحقق الشرط $\dot{R}^2 \geq 0$ ضروري للحصول على قيم غير خيالية ويضمن تقايس $R(t)$ مع الزمن وبالتالي تحديدها بحسب القيم المختلفة للثابت الكوني Λ في كل هندسة من الهندسيات الثلاث المحددة $(1=k)$ و $(0=k)$ و $(-1=k)$.

لاحظ وجود ثلاث إمكانيات وحيدة للهندسة المحلية للفضاء، لأن تحذب الفضاء يجب أن يكون ثابتاً في جميع الاتجاهات (بسبب فرضية التجانس) ولا يجذب أي اتجاه بعينه (وهو ناتج عن تبنينا لفرضية توحيد الخواص)

وأمكن في هذه الحالة كتابة (118) بالصيغة التالية:

$$(119) \quad \frac{\Lambda R^2}{3} + 8\pi \frac{(\rho R^4)}{3R^2} - k = \frac{\Lambda R^2}{3} + 8\pi \frac{(\text{ث})}{3R^2} - k = \dot{R}^2$$

حيث استعملنا العلاقة (117) $T^4 R^4 \propto \rho_r R^4$ = الثابت (ث)

وهكذا نلاحظ أن $\dot{R}^2$ تصبح لانهاية إذا ما اقتربت R من الصفر، أي أن النموذج يمثل نقطة انقطاع رياضية عند النقطة $(R=0)$.

وهذا يعني أن هذه النماذج تحاكي فرقة كبرى للكون عند بدايته عندما كان حجمه صفراً! أما إذا امتدت $R(t)$ إلا ما لا نهاية ضمن المعادلة (117) فإن حرارة الكون تبرد وتقترب من الصفر. وفي هذه الحال تضمحل مركبته الإشعاعية أمام مركبته المادية ونكتب المعادلة (118) على الشكل التالي:

$$\dot{R}^2 = \frac{\Lambda R^2}{3} + 8\pi \frac{(\rho_m R^2)}{3} - k = \frac{\Lambda R^2}{3} + 8\pi \frac{(\rho_m R^3)}{3R} - k$$

و بالتعويض من المعادلة (114) نكتب.

$$(120) \quad \dot{R}^2 = \frac{\Lambda R^2}{3} + 8\pi \frac{(\rho_m R^3)}{3R} - k = \frac{\Lambda R^2}{3} + 8\pi \frac{(\text{ث})}{3R} - k$$

وسوف يتحدد تصرف الدالة $R(t)$ عند ما لا نهاية بالثابت Λ ، لأن الحد الأوسط $\frac{8\pi}{3R} \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2$ يؤول إلى الصفر عندما تؤول $R(t)$ إلى ما لا نهاية .

فإذا ما اعتبرنا حالة نموذج القطع المكافئ حيث $(0=k)$ فتعرض لنا من (120) ثلاث حالات:

(1) Λ موجب: فإن $\dot{R}^2$ تقترب من لانهاية ويمثلها المنحنى (أ) في الشكل وله انعطاف.

(2) Λ تساوي صفراً: فإن $\dot{R}^2$ تؤول إلى الصفر ويمثلها المنحنى (ب) في الشكل ويظهر تمعدداً رتيباً مع تباطؤ مستمر في التمدد، ونقطة الانعطاف ابتعدت إلى ما لا نهاية.

(3) Λ سالب: في هذه الحالة تفرض العلاقة (112) من أجل إبقاء $\dot{R}^2$ حقيقية، أن يظل الشرط $\Lambda \geq -8\pi\rho$ متحققاً دائماً. ولهذه فإن الدالة $R(t)$ تظل محصورة بين صفر و R_f .

فعند ما تكون $0 = R(t)$ فإن $\dot{R}^2$ تساوي ما لا نهاية.

وعندما تكون $R_f = R(t)$ حيث $\Lambda = -8\pi\rho$ ، فإن $0 = \dot{R}^2$ ويكون خط التماس للمنحنى $R(t)$ أفقياً في هذه الحالة.

وتمثل هذه القيمة القصوى للنموذج الكوني قيامته! أو ساعته! بحيث يعود القهقري من حيث ابتداء، بالتقلص المستمر إلى نقطة الانقطاع (البداية) حيث $(0=R)$.

وهناك حل آخر يقول بإمكانية تذبذب الكون بين تمدد وتقلص إلى ما لا نهاية !

ونمثل لهذه الحالة بالمنحنى (ج).

والملاحظة المهمة هنا هي أن كل هذه النماذج تمثل نقطة انقطاع رياضياتية، وهذا أساس تسميتها بنماذج: الفرقة الأولية، ويطلق عليها أيضاً اسم: النماذج من النوع الأول.

ويصنف النموذجان: (أ) و(ب) ضمن نماذج التمدد الرتيب، بينما يصنف النموذج (ج) كنموذج مترجج¹¹

وتوجد "خاصية الفرقة الأصلية" أيضاً في النماذج الزائدة المقطع.

¹¹ انظر الدراسة الكلاسيكية لهذه النماذج عند طولمان ابتداءً من صفحة 394.

وتتميز النماذج الإهليلجية، زيادة على كونها أكثر تعقيدا، بكونها لا تظهر نقطة انقطاع عند نقطة البداية ($R = 0$)، ولذلك فهي تخلق من أية فرقة أولية و تسمى نماذج من النوع الثاني.

ويمكن تمثيل هذه النماذج بمعادلات وسيطية (برامترية) على الشكل التالي:

- (1) **النموذج الإهليلجي¹²**: وهو نموذج مغلق ممثل بالمنحنى (أ)، حيث ($1=k$) ومعادلاته البرامترية هي كالتالي:

$$(121) \quad ct = R_0 \{ \eta - \sin(\eta) \} \text{ و } R = R_0 \{ 1 - \cos(\eta) \}$$

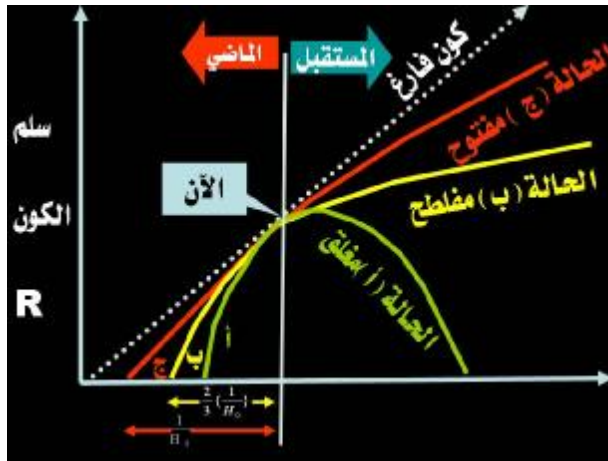
حيث $cdt = R d\eta$ في المتري المقابل من خلال المعادلة (95)

- (2) **النموذج الإقليدي¹³** (القطع المكافئ) ويمثله المنحنى (ب) وفيه $\{k = 0\}$ ومعادلاته الوسيطة هي:

$$(122) \quad R(t) = bt^{\frac{2}{3}} \text{ و } b = \text{ثابت}$$

- (3) **النموذج الزائد المقطع¹⁴**. ويمثله المنحنى (ج) وفيه $\{k = -1\}$ ومعادلاته الوسيطة هي:

$$(123) \quad ct = R_0 (sh(\eta) - \eta) \text{ و } R = R_0 (ch(\eta) - 1)$$



ويمثله المنحنى (ج)

حيث $R_0 = \frac{2}{3} \frac{GM}{c^2}$ ، و M كتلة

كل المادة، و G الثقل الكوني، و c سرعة الضوء.

فلنحاول دراسة أحد هذه النماذج عند نقطة الفرقة.

¹² أنظر : لنداو وليفشيتز ص. 471.

¹³ أنظر : لنداو وليفشيتز ص. 474.

¹⁴ أنظر : لنداو وليفشيتز ص. 473.

فمثلا في النموذج الإهليلجي المغلق نجد أن $R(t)$ تنتمي ابتداء من الصفر في بداية الزمن $t=0$ ، أي $(\eta = 0)$ إلى قيمة قصوى $R(t) = 2R_0$ عند الزمن $t = \pi \frac{R_0}{c}$ أو $(\eta = \pi)$ ثم تتناقص من جديد إلى

الصفر عند الزمن $t = 2\pi \frac{R_0}{c}$ ، أي $(\eta = 2\pi)$

إذا كانت قيمة η صغيرة جدا بالمقاربة من الوحدة، أي في حالة $\eta \leq 1$ فيمكننا إعادة كتابة المعادلتين الوسيطيتين (121) في هذه الحالة:

$$(124) \quad t = R_0 \frac{\eta^3}{6c} \quad \text{و} \quad R = R_0 \frac{\eta^2}{2}$$

ومنهما نحصل على قيمة شعاع التحذب:

$$(125) \quad R = \left\{ \frac{9R_0}{2} c^2 \right\}^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}}$$

وكثافة المادة في هذه الحالة تحكمها المعادلة

$$(126) \quad \frac{t}{t^2} = \frac{8 \times 10^5}{t^2} = \frac{1}{6\pi G t^2} = \rho$$



حيث (ث) هنا ثابت. وهو ما يعني

أن الكثافة ρ مستقلة عن العامل R_0

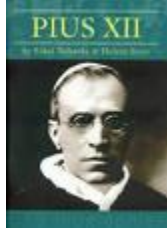
وعندما يقترب الشعاع في تقلصه من الصفر أي: $R \rightarrow 0$ عندما يقترب الزمن نفسه من الصفر $t \rightarrow 0$ بحسب المعادلة (125) فإن الكثافة تؤول إلى ما لا نهاية. بحسب المعادلة (126) وهو ما يعني

أن بداية الزمن $t = 0$ تمثل نقطة انقطاع (انفجار هنا) لمترى "الفضاء-الزمن".

ودراسة النموذجين الباقيين بذات الطريقة، تظهر وجود نقطة انقطاع عند بداية الزمن في كليهما أيضاً¹⁵. ويظهر اللوح بعض النماذج التقليدية الشهيرة.

¹⁵ أنظر : لنداو وليفشيتز ص. 472-474.

وبالرغم من كون هذه النماذج الرياضية للكون بسيطة جداً إلى درجة الإسفاف ولا يمكن إطلاقاً أن تفسر لنا قصة النشأة، إلا أن خرافات النشأة وأساطير الصيرورة نسجت حولها تماماً كما نسجت حول الخليفة باعتماد المفاهيم الفلسفية القديمة.



وقد أدرك البابا بيوس الثاني عشر (Pope Pius XII) (1876 - 1958) (الصورة) في اجتماع للأكاديمية العلمية البابوية في 22 نوفمبر سنة 1951 القيمة الجدلية لمثل هذه النماذج فصرح بدون تحفظ أمام جمع مكون من الكرادلة ووزير التعليم الإيطالي آنذاك¹⁶:

يبدو حقيقة بأن علم اليوم، وهو يعاود المشي فوق طريق مضت عليه ملايين القرون، نجح في المشاهدة الأولية لمعجزة الخلق. فحوالي تلك الحقبة، انبثق الكون من يد الخالق.

وهو ما أخرج الأبّاتي جورج لومتر (Abbé Georges Édouard Lemaître) (1894 - 1966) (الصورة) بصفته الراهب صاحب النموذج المعياري للفرقة الكبرى، فطلب من صديقه الجزويتي دانييل أو كونيل، المستشار العلمي في الفاتيكان أن يستعمل نفوذه لدى البابا ليحثه على إظهار شيء من الرزانة والرصانة!



وسوف يوضح جورج لومتر في مؤتمر سولفي المنعقد بمدينة بروكسيل سنة 1958 لومتر موقفه من المسألة بقوله:

على قدر ما أستطيع أن أحكم على هذه النظرية: فإنها تظل خارجة عن مجال الميتافيزيقا أو الدين!!! وتترك للماديين الحرية في إنكار كل كانن متعالي!!!

إلا أن هذا لم يمنع البابا يوحنا الثالث والعشرون، الذي خلف البابا بيوس الثاني عشر على كرسي البابوية من تعيين جورج لومتر في 27 مارس 1960 رئيساً للأكاديمية البابوية للعلوم لأربع سنوات متتالية، ووجدت لأربع سنوات أخرى في سنة 1964، مع ترقية للأب لومتر من منصب "الأبّاتي لومتر" إلى منصب "الحبر لومتر!"

ولا شك أن ما دفع بالبابا بيوس الثاني عشر إلى الخوض في الكونيات وإلى اتخاذ الموقف الذي اتخذه، رغم أن النموذج ذاته اختراع بشري حر وبدائي بكل المقاييس، هو فهمه من خلال ما شرح له ولا شك جورج لومتر نفسه، أن وجود نقطة انقطاع رياضية عند بداية الزمن، يمكن ترجمتها فيزيائياً بالقول بأن للكون بداية!

¹⁶ It seems true that today's science, going back over a tract of millions of centuries, has succeeded in witnessing the initial Fiat Lux. Around that epoque the cosmos emerged from the hand of the Creator

ومما يظهر أن العلوم لا تخلو من تنطع بسبب الإيديولوجيا والاعتقاد، هو أن العلماء الكونيين الروس قلما كانوا يشيرون في مؤلفاتهم العلمية إلى جورج لومتر، ولسبب بسيط هو كونه راهباً.

وعبثاً قد تبحث في كتاب لينداو وليفشيتز عن ذكر للرجل فلا تعثر له على أثر!

وهذا مثال أبليج لأولوية العقيدة على المنهج في العلوم المعاصرة، بالرغم من التظاهر العام بخلاف ذلك! حيث أن موقف العلماء الروس المتجاهل لزميل لهم في الحقل أملتته الإيديولوجيا بالساس، إلى درجة أن صار الفرق بين الكفر والإيمان يتحدد عند نقطة الصفر الزمنية من متري جورج لومتر!



ولم يكن البابا بيوس الثاني عشر وحده من أدرك المحتوى العقدي لنموذج الأبائي لومتر فهذا الأمريكي ريتشارد تشيس طولمان (Richard Chace Tolman) (1881 - 1948) (الصورة)، الصديق لكل من إدوين هابل وجورج لومتر يشير إلى ذلك وإن من طرف خفي بقوله¹⁷:

رغم أننا لا نملك معطيات الرصد الضرورية لتقرير الخيار بين النماذج المفتوحة والمغلقة، فإن ملاحظتين ميثافيزيقيتين إلى حد ما تثاران ولهما ارتباط بهذه المسألة.

فمن جهة يمكن الدفاع، كما حصل على الأقل، في حديث جمعي والبروفيسور لومتر، بأن فرضية نموذج مغلق وبالتالي متناه، هي فرضية "متفائلة" ومرضية حيث أن الكون غير النهائي لا يمكن النظر إليه في كل شموليته كموضوع خاضع للمعالجة العلمية.

ويمكن من جهة أخرى الدفاع، وبنفس الدرجة على الأقل، عن وجهة النظر التي تقول: بأنه لم يوجد في كل التاريخ القديم للجهود العلمية شيء ينبئ بأن حقل البحث يمكن أن يستنفذ يوماً ما.

الحقيقة هي أن هدف العلم كان دائماً يظهر تفتحا للأفق وبالتالي، ومن منطلق قبلي (معطى) فإن النموذج المفتوح ربما ظهر بنفس الاحتمال.

وقد ختم كتابه في طبعته الأولى سنة 1934 بقوله:

وكملاحظة أخيرة، من المفيد التأكيد، على الضرورة الخاصة، في مجال الكوسمولوجيا! في اجتناب شرور الاجترار أو الأمان.

أولاً: لأن معضلات الكوسمولوجيا بالضرورة كثيرة ومعقدة ويجب معالجتها على ضوء معلومات جد هزيلة وبالتالي: يجب أن نحذر من استبدال اليقينيّات المريحة لبعض النماذج الرياضياتية مكان التعقيدات الكبرى للكون الحالي.

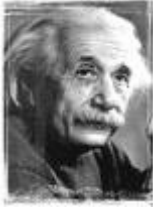
¹⁷ Tolman, R. C. (1934). *Relativity, Thermodynamics, and Cosmology*. Oxford: Clarendon Press. LCCN 340-32023. Reissued (1987) New York: Dover.

وثانياً: يظهر جلياً أن التاريخ القديم للكون والمصير المستقبلي للإنسان بتداخلان في موضوع دراستنا. ويجب بالتالي أن نكون حذرين حذراً خاصاً للحفاظ على أحكامنا بمعزل عن متطلبات اللاهوت وغير مغذاة بآمال ومخاوف الإنسان.

إن اكتشاف نماذج تبدأ بالتمدد انطلاقاً من حالة مفردة بحجم متلاش: يجب أن لا تخطئ ببرهان بأن العالم الحالي خلق في زمن محدد في الماضي. واكتشاف نماذج، يمكنها التمدد والتقلص بدون رجعة وبدون بلوغها أبداً حالة نهائية قصوى من الاستقرار أو الأنتروبيا يجب أن لا تخطئ ببرهان على كون العالم الحالي سوف يخول دائماً المسرح لمستقبل دور الإنسان.

من المناسب معالجة معضلات الكوسمولوجيا، بشعور تقديري لأهميتها، وهلع سعتها وبابتهاج لجسارة العقل الإنساني في محاولة حلها.

لكن يجب أن تعالج، بالطرق غير المتشعبة للعلم، من جهة الدقة والنقد.



وهذا معناه، كما أسلفنا، أن المسألة الإيديولوجية كانت مختصرة قبل سنة 1934، بل وجدناها عند أينشتين (1879 - 1955) نفسه منذ سنة 1917 عندما أقحم في نموذج غير المستقر ثابت الكوني Λ الذي لم يكن له من دور سوى استقرار النموذج ما دام لا يشتق من معادلاته كما سيلاحظ عليه زوراً وبهتاناً الشيوعيان الروس لاندوا وليفشيتز من منطلق دهريتهما وليس بمعيار العلم!

وقد ظل أينشتين يتذكر خطاه الجميل هذا كما سماه ليقول بعد ذلك وبعد مرور عدة سنين، وبالضبط في سنة 1945:

لو أن تمدد هوبل! كان قد اكتشف عندما استحدثت النظرية النسبية العامة لما كان للحد (الثابت) الكوني أن يجد طريقه إليها!..



والملفت هو أن الرياضياتي الفرنسي "إلي كارتان" (Élie Cartan) (1869 - 1951) أثبت منذ سنة 1922 أن الثابت الكوني Λ يدخل ضمن الوترية العامة لمعادلات الحقل الأينشتاينية أي أنه ليس بزائد!

فهل ننزل هذا القول من كارتان اليهودي المعتقد على إيمانه القبلي كما فعلنا مع أينشتين؟



بل إن لاندوا وليفشيتز وخصوصاً الأكاديمي المخضرم فلاديمير ألكسندروفيتش فوك (Vladimir Aleksandrovich Fock) (1898-1974) ما كان ليخفى عليهم كل هذا، إلا أن الإيديولوجيا كانت غلبة.

يقول فوك عن منهجه في فهم النسبية العامة¹⁸:

إن الجانب الفلسفي من وجهات نظري حول نظرية الفضاء والزمن والجاذبية تكون تحت تأثير فلسفة "الجدلية المادية" (المادية الديالكتيكية)، وبشكل خاص تحت تأثير المادية اللينينية والنقد التجريبي.

وقد ساعدتني دروس المادية الديالكتيكية في مقاربتني النقدية لوجهة نظر آينشتاين بخصوص النظرية التي أنشأها، من أجل إعادة النظر فيها مجدداً. وقد ساعدني أيضاً هذا التعليم لأفهم بشكل صحيح، ولأفسر النتائج الجديدة التي حصلت عليها.

وأود أن أسطر هذا هنا، بالرغم من أن هذا الكتاب لا يمس أسئلة فلسفية بشكل واضح.

فالإيديولوجيا هنا صريحة.

ففوك يعترف مثلاً بأننا لو افترضنا شروطاً محلية صرفة على وترة الكتلة، أي باعتماد مركبات الحقل أو دوال الحالة باستقلالية تامة عن الإحداثيات، فإن الشرط الذي افترضناه بوجود تلاشيها انطلاقاً من تلاشي معادلات الحقل، لا تتحدد سوى من خلال ثابتين أي أن الوترة يجب أن تكتب:

$$T^{ik} = \alpha T^{ik} + \beta g^{ik}$$
 حيث α و β ثابتتان

هنا α الثابتة الأولى تعتمد على اختيار وحدة الطاقة والثابتة الثانية β تعتمد على الشروط التخومية عند ما لا نهاية.

فإذا أضفنا إلى هذه الشروط شرطاً آخر يقول بأن وترة الكتلة (الطاقة) يجب أن تؤول إلى الصفر عندما يتلاشى الحقل. ففي هذه الحالة وهذه الحالة فقط فإن الثابتة β تتلاشى ونكون بهذا قد حددنا وترة الكتلة تحديداً فريداً.

6.3 (نموذج هوبل المستقر

في تعريف دالة هوبل في العلاقة (110) التي نعيد كتابتها هنا:

$$(110) \quad \frac{\dot{R}(t_e)}{R(t_e)} = H$$

قلنا بأن H لن تكون ثابتة سوى في حالة واحدة، وهي حالة كون الدالة $R(t)$ دالة أسية متعالية في الزمن بحسب الصيغة الرياضية التالية:

¹⁸ Fock, V. A. 1955 : "the theory of space, time, and gravitation". 2d rev. ed. Translated from the Russian by N. Kemmer. New York, Macmillan, 1964. xi, 448 p, p. 16.

$$(127) \quad R(t) = e^{H t} \text{ ، حيث } H \text{ ثابت.}$$

وبملاحظة أن الاشتقاقين الأول والثاني للدالة $R(t)$ في الزمن يكتبان على شكل:

$$\frac{d^2 R(t)}{dt^2} = H^2 \bullet R \quad \text{و} \quad \frac{dR(t)}{dt} = H \bullet R$$

وبالتعويض في المعادلتين (111) و (112) نجد بالوحدات النسبية

$$(128) \quad 8 \pi P = -3 H^2 + \Lambda$$

$$(128) \quad 8 \pi \rho = 3 H^2 - \Lambda$$

وبالجمع نحصل على

$$8 \pi \{ P + \rho \} = 0$$

$$(129) \quad P + \rho = 0 \quad \text{أي}$$

وباستعمال معادلة الطاقة¹⁹ في نموذج مغلق مملوء بغاز مثالي نكتب:

$$(130) \quad \frac{d(\rho R^3)}{dR} + P \frac{d(R^3)}{dR} = 0$$

أو

$$\frac{d(\rho R^3)}{dR} = -3 P R^2$$

$$R^3 \frac{d(\rho)}{dR} + 3 \rho R^2 = -3 P R^2$$

$$(129) \quad \text{التي تختصر إلى} \quad \frac{d\rho}{dR} = \frac{-3}{R} \{ P + \rho \} = 0 \quad \text{باستعمال المعادلة}$$

وبالتالي فإن ρ ثابت.

¹⁹ أنظر طولمان، ص. 395.

وظاهر أن كثافة المادة لا يمكن أن تظل ثابتة في فضاء يتمدد باستمرار سوى بافتراض خلق مستمر للمادة.

وهذا أساس نموذج فريد هويل المستقر الذي سوف يقول به في الخمسينات مع برينج وفاولر. وهؤلاء المنظرون قفزوا فوق إشكال خلق المادة باستمرار، وهو شيء معجز في حد ذاته، ليقولوا بأن العالم ليس فحسب أزلياً، بل لا يتغير على المستوى الكبير !.

وبدل أن يكون العالم في تطور تمديدي فهو هنا مستقر لا يتغير، وهو الاسم الذي سوف يأخذه نموذجهم. ولا تعجب فهو أيضاً أحد حلول معادلات أينشتاين، وبخلق مستمر للمادة!

6.4) عندما يتحكم المحتوى المادي للكون في صيرورته

يعرف الكونيون عامل أو وسيط التقاصر (q) بالعلاقة التالية:

$$(130) \quad qH^2 = - \frac{\ddot{R}}{R(t)}$$

فإذا كان تقع المنحنى الممثل لشعاع التحدب متجهاً إلى أسفل، فإن الاشتقاق الثاني بالنسبة للزمن $\ddot{R}$ يتخذ قيمة سالبة وهكذا يصبح وسيط التقاصر q موجبا.

وبالتعويض في المعادلة (111) بجعل $\Lambda = P = 0$ وملاحظة أن $H = - \frac{\dot{R}}{R(t)}$ من (110) نجد :

$$(131) \quad \frac{k}{R^2} = -H^2 + qH^2(2q-1)$$

ومن هذه العلاقة التي حصلنا عليها باعتماد ما يسمى بشرطي فريدمان وهما الممثلان في أخذنا $(0=p)$ و $(\Lambda = 0)$ نحصل على الحالات الثلاث لهندسة الكون الرياضياتي.

1) **النموذج الإقليدي:** (هندسة القطع المكافئ) في حالة $(q = \frac{1}{2})$ و $(k=0)$.

2) **النموذج الإهليلجي:** في حالة $(1 < q)$ (بمعنى q أكبر من 1) و $(k=1)$

3) **النموذج الزائد المقطع:** في حالة $(1 > q)$ (بمعنى q أصغر من 1) و $(1 = -k)$

لاحظ أننا لو جمعنا المعادلتين (111) و(112) مع الأخذ في الاعتبار أن: $(P = \Lambda = 0)$ فإننا نحصل

على

$$2qH^2 = \frac{8\pi\rho}{3} \text{ التي نستنتج منها أن: } q = \frac{4\pi\rho}{3H^2}$$

وهذا يعني أننا إذا ما حددنا قيمة q التي تتحدد فقط بمعرفة كثافة الكون، نكون قد حددنا هندسة النموذج الكوني في نموذج فريدمان.

وبالنسبة لعالم إقليدي، حيث $(q = \frac{1}{2})$ و $(k=0)$ فإننا نحصل على ما يعرف بالكثافة الحرجة

بكتابة:

$$q = \frac{4\pi\rho}{3H^2} = \frac{1}{2} \text{ نستنتج بالتالي الكثافة الحرجة:}$$

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

وهذا يبين أن تحديد H يحدد تماما ρ_c المقابل للنموذج الإقليدي. وبالتالي فإن ρ الداخل في العلاقة

(132) يحدد نوع الهندسة من خلال وسيط التقاصر (q) :

(أ) أمفلاطاً إقليديداً هو ؟،

(ب) أم مفتوحاً لامتناهياً هو ؟

(ت) أم مغلقاً متناهياً هو ؟

فقط من خلال القيم التي استعرضناها.

انتهى ويليه الجزء السابع

²⁰ أدخلنا G هنا لأن العلاقة (111) كانت مصاغة بالوحدات النسبية حيث نأخذ $(1=c=G)$. ومن أجل حساب القيم فلا بد من العودة إلى الوحدات الطبيعية.